Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2006. május 9.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2006. május 9. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!

A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető.

Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

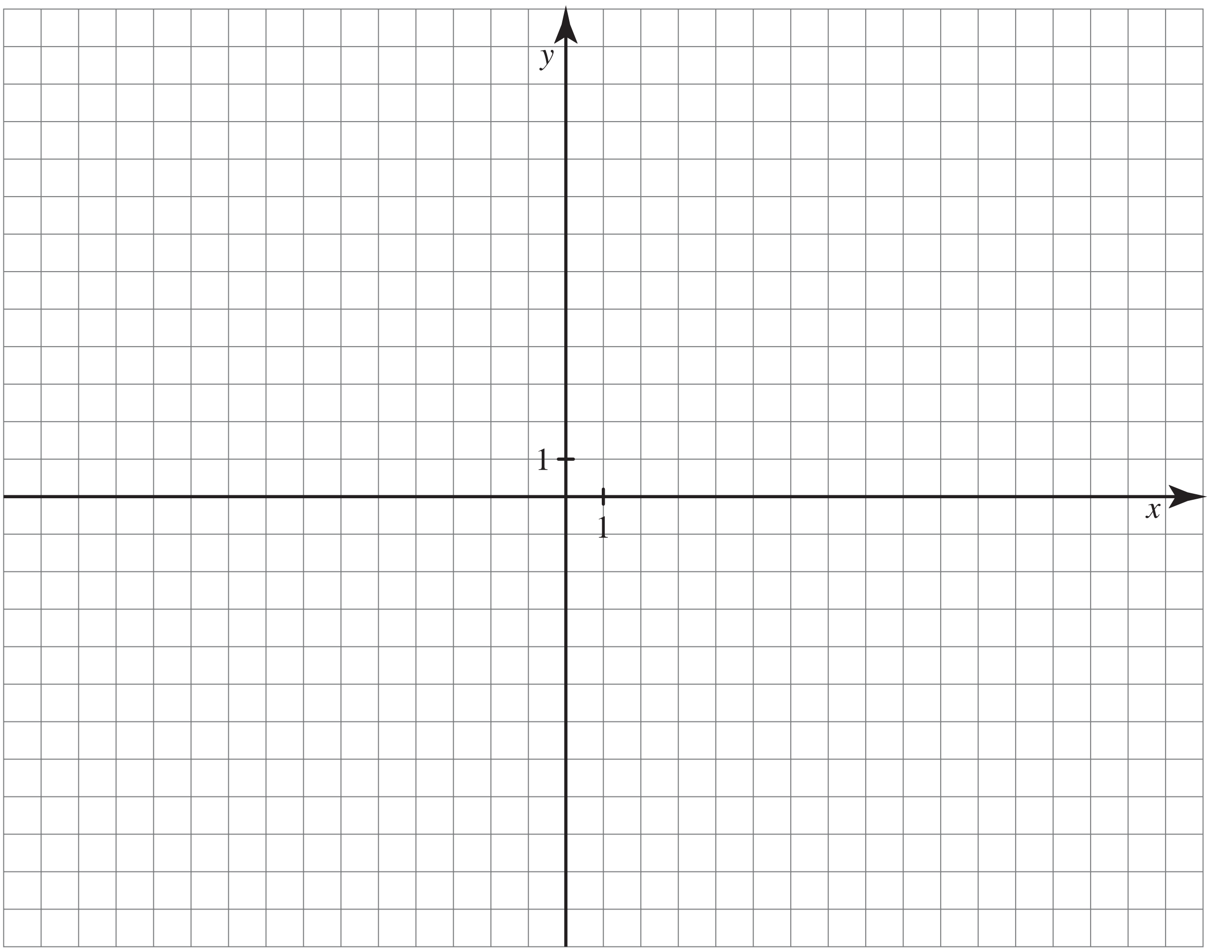
I.

1. A $PQRS$ négyszög csúcsai: $P(3; -1)$, $Q(1; 3)$, $R(-6; 2)$ és $S(-5; -5)$.
Döntse el, hogy az alábbi három állítás közül melyik igaz és melyik hamis! Tegyen ∗ jelet a táblázat megfelelő mezőibe! Válaszait indokolja, támassza alá számításokkal!

a) A állítás: A $PQRS$ négyszögnek nincs derékszöge.
b) B állítás: A $PQRS$ négyszög húrnégyszög.
c) C állítás: A $PQRS$ négyszögnek nincs szimmetriacentruma.

	igaz	hamis
A		
B		
C		

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	



2. Legyen adott az $f:[-2{,}5\,;2{,}5]\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3-3x$ függvény.

a) Határozza meg az f függvény zérushelyeit!

b) Vizsgálja meg az f függvényt monotonitás szempontjából!

c) Adja meg az f függvény legnagyobb és legkisebb értékét!

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y valós számok!

$$\left.\begin{aligned} 10^{y} &= x-3 \\ \lg(x^{2}-4x+3) &= 2y+1 \end{aligned}\right\}$$

Ö.:	11 pont	

4.

a) Legyen (a_n) egy mértani sorozat, melynek első tagja 5, hányadosa 3.

Mennyi a valószínűsége, hogy ha ennek a mértani sorozatnak az első 110 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel osztva 1 maradékot ad?

b) Legyen (b_n) egy számtani sorozat, amelynek az első tagja 5, és a differenciája 3.

Mekkora a valószínűsége, hogy ha ennek a számtani sorozatnak az első 110 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel osztva 1 maradékot ad?

a)	6 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Panni és Kati elvállalta, hogy szövegszerkesztővel legépelik Dani szakdolgozatát. A két lány együttes munkával 12 munkaóra alatt végezne a gépeléssel.
Kedden reggel 8 órakor kezdett Panni a munkához, Kati 10 órakor fogott hozzá. Megállás nélkül, ki-ki egyenletes sebességgel dolgozott kedden 14 óráig, ekkor a kéziratnak a 40%-ával végeztek, és abbahagyták a munkát.

a) Hány óra alatt gépelné le Panni, illetve Kati a teljes szakdolgozatot (állandó munkatempót, és megszakítás nélküli munkát feltételezve)?

Szerdán reggel egyszerre kezdtek hozzá 9 órakor a gépeléshez, és együtt egyszerre fejezték be. Szerdán Panni fél óra ebédszünetet tartott, Kati pedig a délelőtti munkáját egy órányi időtartamra megszakította.

b) Hány órakor végeztek a lányok a munkával szerdán?

a)	9 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Egy közvélemény-kutató intézet felméréséből kiderült, hogy a felnőttek 4%-a színtévesztő. Véletlenszerűen kiválasztunk 8 felnőttet abból a népességből, melyre ez a felmérés vonatkozott. Mekkora a valószínűsége, hogy közöttük

a) pontosan két személy színtévesztő?

b) legalább két személy színtévesztő?

A két valószínűség értékét ezred pontossággal adja meg!

Ebben az intézetben 8 férfi és 9 nő dolgozik főállásban. Egy megbeszélés előtt, amikor csak ez a 17 főállású kutató jelent meg, a különböző nemű kutatók között 45 kézfogás történt. Tudjuk, hogy minden nő pontosan 5 férfival fogott kezet, és nincs két nő, aki pontosan ugyanazzal az öttel.

c) Lehetséges-e, hogy volt két olyan férfi is, aki senkivel sem fogott kezet?

a)	3 pont	
b)	8 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. A világhírű GAMMA együttes magyarországi koncertkörútja során öt vidéki városban lépett fel. Az alábbi táblázat tartalmazza a körút néhány üzleti adatát.

város	fizető nézők száma	egy jegy ára (Ft)	bevétel a jegyeladásból (ezer Ft)
Debrecen	12350		14820
Győr	8760		12264
Kecskemét		1600	22272
Miskolc	9970	1500	
Pécs		1300	15405

a) A koncertturné során melyik városban adták el a legtöbb jegyet?
b) Mennyi volt az összes eladott jegy átlagos ára?

Bea elment Budapesten a GAMMA együttes koncertjére, és becslése szerint ott 50 000 ember hallgatta a zenét. Peti Prágában volt ott az együttes koncertjén, ahol a nézők számát 60 000 főre becsülte. A GAMMA együttes menedzsere, aki ismerte a tényleges nézőszámokat, elárulta, hogy:

– Budapesten a tényleges nézőszám nem tér el 10 %-nál többel a Bea által adott becsléstől.
– Peti becslése nem tér el 10 %-nál többel a tényleges prágai nézőszámtól.

c) Mekkora a budapesti nézőszám és a prágai nézőszám közötti eltérés lehetséges legnagyobb értéke, a kerekítés szabályainak megfelelően ezer főre kerekítve?
d) A fenti adatok ismeretében előfordulhatott-e, hogy Budapesten és Prágában ugyanannyi ember volt a GAMMA együttes koncertjén?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8.

a) Ábrázolja függvény-transzformációk segítségével a [–3; 4] intervallumon az $x \mapsto x^2 - 2|x| - 3$ hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!

b) Legyen az f, g és h függvények értelmezési tartománya a valós számok halmaza, hozzárendelési szabályuk: $f(x) = x^2 - 2x - 3$; $g(x) = x - 3$; $h(x) = |x|$.

Képezzünk egyszeresen összetett függvényeket a szokásos módon. Például

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (x^2 - 2x - 3) - 3 = x^2 - 2x - 6.$$

Készítse el – a fenti példának megfelelően – az f, g és h függvényekből pontosan két különböző felhasználásával képezhető egyszeresen összetett függvényeket!

Sorolja fel valamennyit!

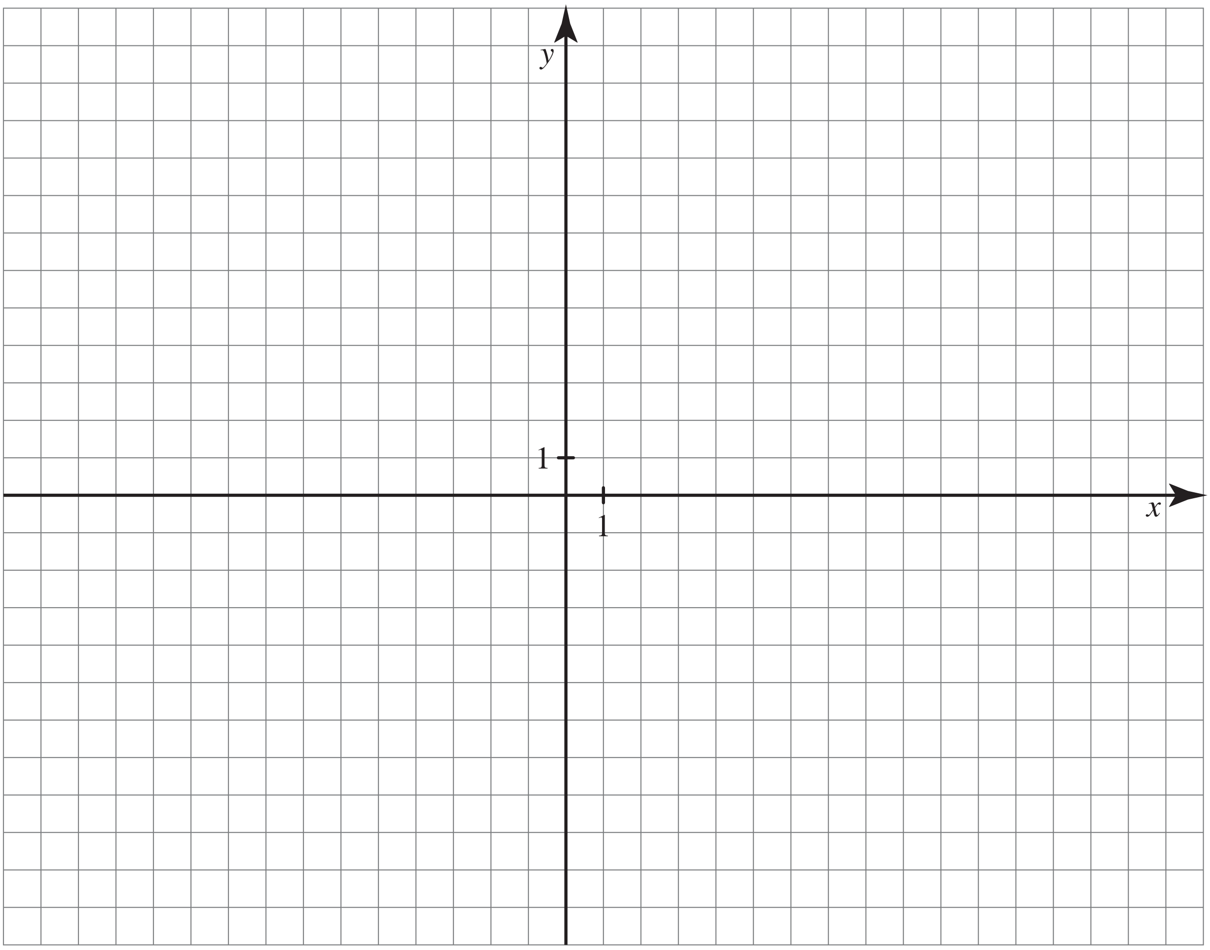
(A $(g \circ f)(x)$ függvényt nem szükséges újra felírni.)

c) Keressen példát olyan p és t, a valós számok halmazán értelmezett függvényre, amelyre

$(p \circ t)(x) = (t \circ p)(x)$!

Adja meg a p és a t függvény hozzárendelési szabályát!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	


y
1
1
x

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Az *ABCDA'B'C'D'* téglatestben úgy jelöltük a csúcsokat, hogy az *ABCD* alaplappal egybevágó lapon az *A'* csúcsot az *A*-val, a *B'* csúcsot a *B*-vel, a *C'* csúcsot a *C*-vel, a *D'* csúcsot a *D*-vel kösse össze él. Tudjuk, hogy a *DAD'* szög 45°-os, a *BAB'* szög 60°-os.

a) Mekkora a *B'AD'* szög koszinusza?
b) Mekkora az *AB'A'D'* tetraéder térfogata, ha a téglatest legrövidebb éle 10?
c) Mekkora az *AA' D'* és az *AB'D'* síkok hajlásszöge?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

	a feladat sorszáma	elért pontszám	összesen	maximális pontszám
I. rész				13
				14
				11
				13
II. rész				16
				16
				16
				16
		← nem választott feladat		
	MINDÖSSZESEN			**115**

dátum

javító tanár

	a feladat sorszáma	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész			
II. rész			

dátum

javító tanár

jegyző