

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2010. május 4.

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Sorolja fel a 2010-nek mindazokat a pozitív osztóit, amelyek prímszámok!

Válasz:	2 pont	
---------	--------	--

2. Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$x^2 - 25 = 0$$

	2 pont	
--	--------	--

3. Az alábbi táblázat egy 7 fős csoport tagjainak cm-ben mért magasságait tartalmazza. Mekkora a csoport átlagmagassága? A csoport melyik tagjának a magassága van legközelebb az átlagmagassághoz?

Anna	Bea	Marci	Karcsi	Ede	Fanni	Gábor
155	158	168	170	170	174	183

Az átlagmagasság:	2 pont	
Az átlagmagassághoz legközelebb magassága van.	1 pont	

4. Az $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto 3 + \log_2 x$ függvény az alább megadott függvények közül melyikkel azonos?

A: $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto 3 \log_2 x$

B: $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \log_2(8x)$

C: $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \log_2(3x)$

D: $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \log_2(x^3)$

A helyes válasz betűjele:	2 pont	
---------------------------	--------	--

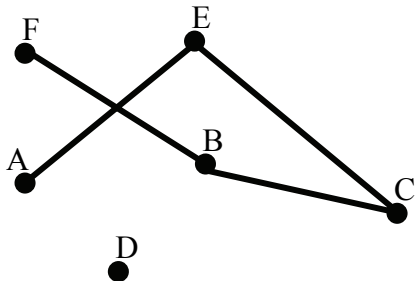
5. Annának kedden 5 órája van, mégpedig matematika (M), német (N), testnevelés (T), angol (A) és biológia (B). Tudjuk, hogy a matematikaórát testnevelés követi, és az utolsó óra német. Írja le Anna keddi órarendjének összes lehetőségét!

	2 pont	
--	--------	--

6. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 5 cm, a szára 6 cm hosszú. Hány fokosak a háromszög alapon fekvő szögei?
A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg!
Válaszát indokolja!

	2 pont	
Az alapon fekvő szögek nagysága:	1 pont	

7. Az ábrán látható hatpontú gráfba rajzoljon be 2 élt úgy, hogy a kapott gráf minden csúcsából 2 él induljon ki! A berajzolt éleket két végpontjukkal adja meg!



A berajzolt élék:	2 pont	
-------------------	--------	--

8. Az alábbi kilenc szám közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám **nem negatív**?

−3,5; −5; 6; 8,4; 0; −2,5; 4; 12; −11.

A keresett valószínűség:	2 pont	
--------------------------	--------	--

9. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sin x = 0$ egyenletet, ha $-2\pi \leq x \leq 2\pi$?

A megoldások:	3 pont	
---------------	--------	--

10. Döntse el az alábbi négy állításról, hogy melyik igaz, illetve hamis!

- A: Van olyan derékszögű háromszög, amelyben az egyik hegyesszög szinusza $\frac{1}{2}$.
- B: Ha egy háromszög egyik hegyesszögének szinusza $\frac{1}{2}$, akkor a háromszög derékszögű.
- C: A derékszögű háromszögnek van olyan szöge, amelynek nincs tangense.
- D: A derékszögű háromszögek bármelyik szögének értelmezzük a koszinuszát.

A:	1 pont	
B:	1 pont	
C:	1 pont	
D:	1 pont	

- 11.** A héten az ötös lottón a következő számokat húzták ki: 10, 21, 22, 53 és 87. Kata elújságolta Sárának, hogy a héten egy két találatos szelvénye volt. Sára nem ismeri Kata szelvényét, és arra tippel, hogy Kata a 10-est és az 53-ast találta el. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Sára tippje helyes? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A keresett valószínűség:	1 pont	

- 12.** Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte:

Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta.

A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis!

A: A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál.

B: Nincs hármasnál rosszabb dolgozat.

A:	1 pont	
B:	1 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	3	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	4	
	11. feladat	3	
	12. feladat	2	
ÖSSZESEN		30	

 dátum

 javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		

 javító tanár

 jegyző

 dátum

 dátum

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

- 13.** Számítsa ki azt a két pozitív számot, amelyek számtani (aritmetikai) közepe 8, mértani (geometriai) közepe pedig 4,8.

Ö.:	12 pont	
-----	---------	--

14. Az ABC háromszög csúspontjainak koordinátái: $A(0; 0)$, $B(-2; 4)$, $C(4; 5)$.

- a) Írja fel az AB oldal egyenesének egyenletét!
- b) Számítsa ki az ABC háromszög legnagyobb szögét! A választ tized fokra kerekítve adja meg!
- c) Számítsa ki az ABC háromszög területét!

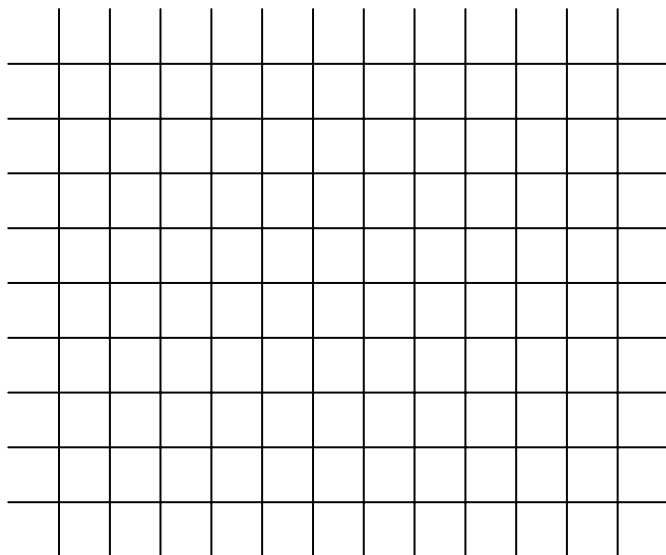
a)	2 pont	
b)	7 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

15.

- a) Rajzolja meg derékszögű koordináta-rendszerben a $]-1;6]$ intervallumon értelmezett, $x \mapsto -|x-2|+3$ hozzárendelésű függvény grafikonját!
- b) Állapítsa meg a függvény értékészletét, és adja meg az összes zérushelyét!
- c) Döntse el, hogy a $P(3,2 ; 1,85)$ pont rajta van-e a függvény grafikonján!
Válaszát számítással indokolja!
- d) Töltse ki az alábbi táblázatot, és adja meg a függvényértékek (a hét szám) mediánját!

x	-0,5	0	1,7	2	2,02	4	5,5
$- x-2 +3$							

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	2 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	12 pont	



B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:

- I. Diákok Hangja
- II. Iskolaélet
- III. Miénk a sul!

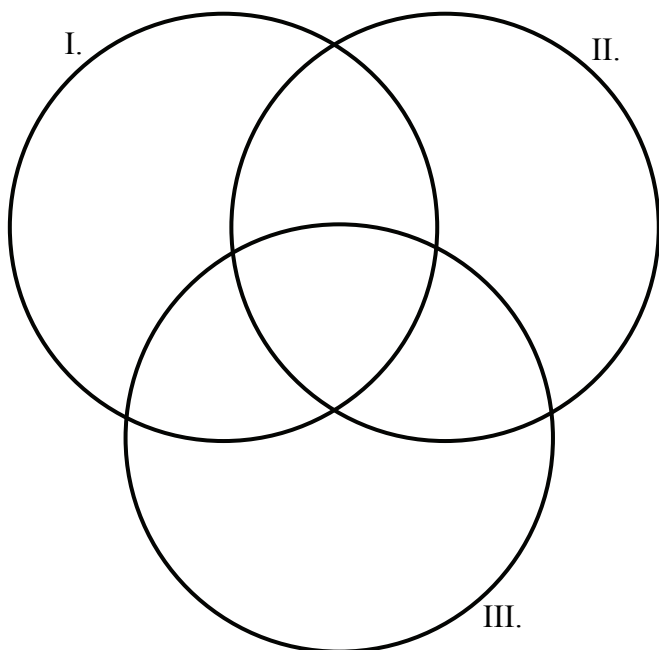
Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében.

A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a sul! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármat pedig 5%-a olvasta.

- a) Hányan olvasták mindhárom kiadványt?
- b) A halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemlélteti. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát!
- c) Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt?

Az iskola 12. évfolyamára 126 tanuló jár, közöttük kétszer annyi látogatta az iskolanap rendezvényeit, mint aki nem látogatta. Az Iskolaélet című kiadványt a rendezvényeket látogatók harmada, a nem látogatóknak pedig a fele olvasta. Egy újságíró megkérdez két, találmra kiválasztott diákot az évfolyamról, hogy olvasták-e az Iskolaéletet.

- d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a két megkérdezett diák közül az egyik látogatta az iskolanap rendezvényeit, a másik nem, viszont mindketten olvasták az Iskolaéletet?



a)	2 pont	
b)	6 pont	
c)	2 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 17.** Statisztikai adatok szerint az 1997-es év utáni években 2003-mal bezárólag a világon évente átlagosan 1,1%-kal több autót gyártottak, mint a megelőző évben. A 2003-at követő években, egészen 2007-vel bezárólag évente átlagosan már 5,4%-kal gyártottak többet, mint a megelőző évben.

2003-ban összesen 41,9 millió autó készült.

a) Hány autót gyártottak a világon 2007-ben?

b) Hány autót gyártottak a világon 1997-ben?

Válaszait százezerre kerekítve adja meg!

2008-ban az előző évhez képest csökkent a gyártott autók száma, ekkor a világon összesen 48,8 millió új autó hagyta el a gyárakat. 2008-ban előrejelzés készült a következő 5 évre vonatkozóan. Eszerint 2013-ban 38 millió autót fognak gyártani. Az előrejelzés úgy számolt, hogy minden évben az előző évinek ugyanakkora százalékkal csökken a termelés.

c) Hány százalékkal csökken az előrejelzés szerint az évenkénti termelés a 2008-at követő 5 év során?

Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

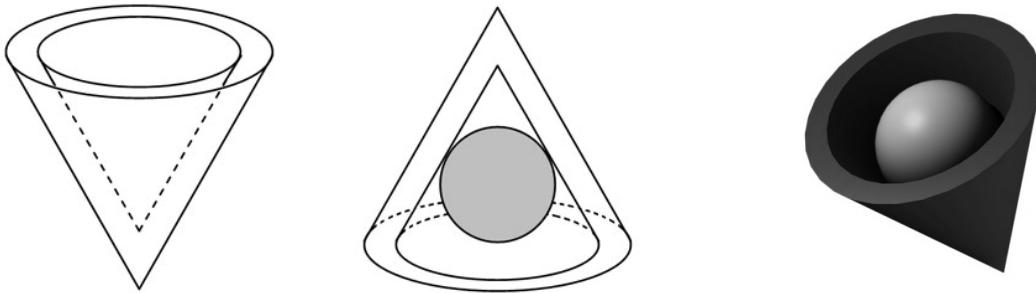
d) Elfogadjuk az előrejelzés adatát, majd azt feltételezzük, hogy 2013 után évente 3%-kal csökken a gyártott autók száma. Melyik évben lesz így az abban az évben gyártott autók száma a 2013-ban gyártottaknak a 76%-a?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 18.** Az egyik csokoládégyárban egy újfajta, kúp alakú desszertet gyártanak. A desszert csokoládéból készült váza olyan, mint egy tölcsér. (Lásd ábra.)

A külső és belső kúp hasonló, a hasonlóság aránya $\frac{6}{5}$. A kisebb kúp adatai: alapkörének sugara 1 cm, magassága 2,5 cm hosszú.



- a)** Hány cm^3 csokoládét tartalmaz egy ilyen csokoládéváz?
A választ tizedre kerekítve adja meg!

Az elkészült csokoládéváz üreges belsejébe marcipángömböt helyeznek, ezután egy csokoládéból készült vékony körlemezzel lezárják a kúpot.

- b)** Hány cm a sugara a lehető legnagyobb méretű ilyen marcipángömbnek?
A választ tizedre kerekítve adja meg!

A marcipángömböket gyártó gép működése nem volt hibátlan. A mintavétellel végzett minőség-ellenőrzés kiderítette, hogy a legyártott gömbök 10%-ában a marcipángömb mérete nem felel meg az előírtnak.

- c)** A már legyártott nagy mennyiségű gömb közül 10-et kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között pontosan 4-nek a mérete nem felel meg az előírásnak?
(A kért valószínűség kiszámításához használhatja a binomiális eloszlás képletét.)

a)	5 pont	
b)	7 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II./A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II./B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár

jegyző

dátum

dátum